***Турдушев Ильяр Абдулмажитович1, Скляр Сергей Николаевич2***

1ОсОО «Акфорта», Бишкек

2Американский университет в Центральной Азии, Бишкек

**ЫСЫК-КӨЛ КӨЛҮНДӨГҮ АГЫМДАРДЫН ТАЛААЛАРЫН ЭСЕПТЕП БИЛҮҮ ҮЧҮН САНДЫК ЫКМАЛАРДЫ ЖАНА АЛГОРИТМДЕРДИ ИШТЕП ЧЫГУУ**

***Турдушев И.А., Скляр С.Н.***

**РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОЛЯ ВЕТРОВЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОЗЕРЕ ИССЫК-КУЛЬ**

***Turdushev I.A., Sklyar S.N.***

**DEVELOPMENT OF NUMERICAL METHODS AND ALGORITHMS FOR CALCULATION OF WIND FLOWS’ FIELDS OF ISSYK-KUL LAKE**

*УДК: 519.63: 532.5*

*Көлмөнүн гидротермодинамика моделиндеги ылдамдыктар талааларын эсептөө үчүн жаңы сандык ыкмалар жана алгоритмдер иштеп чыкты. Сандык ыкмалардын түзүлүш жумушун көрсөтүүчү эсептөө иштери жүзөгө ашырылды.*

***Негизги сөздөр:*** *математикалык моделдөө, көлмөлөрдүн гидродинамикасы, интегро-интерполяциялык ыкманын проекциялык түрү.*

*Разработаны новые численные методы и алгоритмы для расчета поля скоростей в модели гидротермодинамики водоема. Проведены расчеты, демонстрирующие работу построенных численных методов.*

***Ключевые слова:*** *математическое моделирование, гидродинамика водоемов, проекционный вариант интегро-интерполяционного метода.*

*New numerical methods and algorithms for calculation of velocity field in the model of hydrothermodynamics of reservoir were developed. Calculations that demonstrated efficiency of the developed numerical methods were performed.*

***Key words:*** *mathematical modeling, hydrodynamics of reservoirs, projective variant of integro-interpolation method.*

**1. Постановка задачи.**

В общей постановке модель ветровых течений в водоеме описывается нестационарной начально-краевой задачей для системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных [1]. В работе [2], учитывая специфику озера Иссык-Куль, данная общая модель была упрощена с использованием процедуры обезразмеривания. При этом получилась следующая задача:

уравнения движения –





уравнение неразрывности несжимаемой жидкости –



граничные условия –







начальное условие –



Данную задачу, в первом приближении, можно использовать для моделирования ветровых течений в озере Иссык-Куль.

Задача - рассматривается в трехмерной области , где  – двумерная область, расположенная в плоскости  (зеркало водоема); функция  описывает рельеф дна. В - приняты следующие обозначения:  – компоненты вектора скорости течений, соответствующие осям ;  – давление на невозмущенной поверхности ;  – среднее значение плотности;  – параметр Кориолиса;  – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости;  – вектор внешней нормали к боковой вертикальной границе области ;  – компоненты касательного напряжения трения ветра. В присутствуют интегральные скорости:



а в принимается параметризация придонного трения следующего вида [3]:



В настоящей работе для задачи - предлагаются численные методы и алгоритмы для определения поля ветровых течений в водоеме. Проводятся численные эксперименты, демонстрирующие работу новых численных методов.

**2. Построение численных методов и алгоритмов для задачи -.**

Общепринятый метод расчета скорости течений использует представление горизонтальных компонент вектора скорости в виде суммы баротропной  и бароклинной  составляющих [1]:



где



а интегральные скорости  и  определяются формулами . Мы также используем представление при построении численных методов.

***2.1. Разностная схема для расчета баротропных составляющих горизонтальных компонент вектора скорости.***

Проинтегрируем уравнения - по переменной  в пределах от  до  с учетом краевых условий , и предположения ; добавим к полученным уравнениям граничное условие и начальное условие для интегральных скоростей. В результате получим задачу для определения интегральных скоростей:











Построение разностной схемы для задачи - выполняется с использованием проекционного варианта интегро-интерполяционного метода (ПВИИМ) [4]. Сначала уравнения и аппроксимируются по времени. При этом получается следующее дифференциальное уравнение:

,

где , ,  и  – известные функции. Уравнение совместно с уравнением и граничным условием образуют задачу, которую нужно решать на каждом шаге по времени. Далее выполняется аппроксимация уравнений и по пространственным переменных *x* и *y*. Подробно процесс построения разностной схемы для задачи , , изложен в работе [5].

***2.2. Разностная схема для расчета бароклинных составляющих горизонтальных компонент вектора скорости.***

Методика построения разностной схемы для определения бароклинных составляющих горизонтального движения изложена в работе [6].

Сначала, на основе ПВИИМ, выполняется построение разностной схемы для задачи , , , , . В результате получается система разностных уравнений следующего вида:



где   – комплексная скорость, – известные комплексные величины, .

Правые части уравнений содержат неизвестные градиенты давления , поэтому данную систему уравнений невозможно «напрямую» использовать для вычисления горизонтальных компонент *u* и *v* вектора скорости. Однако, задачу, которая отличается от отсутствием  в правых частях, можно использовать для определения бароклинных составляющих. В [6] доказывается следующее утверждение: пусть  – решение задачи, которая отличается от отсутствием  в правых частях, тогда, бароклинная составляющая функции  совпадает с бароклинной составляющей функции , т.е.

.

***2.3. Разностная схема для расчета вертикальной компоненты вектора скорости.***

Продифференцируем уравнение по переменной ; к полученному уравнению добавим граничные условия и для . В итоге получим задачу для определения вертикальной компоненты вектора скорости:



В работе [7] описывается разностная схема для задачи . Разностная схема строится с использованием метода конечных разностей. Также в [7] описывается подход, который позволяет производные  и  вычислять без привлечения процедуры разностного дифференцирования.

**3. Численные эксперименты.**

Были проведены численные эксперименты, связанные с расчетом поля ветровых течений для бассейна прямоугольной формы. На рисунке 1 приведен ветровой режим, который использовался при проведении расчетов. Стрелки на рисунке 1 указывают направление вектора, а цветом обозначена величина скорости, согласно шкале справа от графика. Ветер, приведенный на рисунке 1 можно, в первом приближении, использовать для моделирования ветрового режима над озером Иссык-Куль. В верхней половине бассейна действует затухающий ветер, направленный с востока на запад; в нижней половине – с запада на восток. Данные ветры соответствуют ветрам Иссык-Куля Санташ и Улан, соответственно. Рисунок 2 демонстрирует результат расчета баротропной компоненты. На рисунке 2 можно выделить характерную циклоническую циркуляцию, что соответствует выбранному ветровому режиму.

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок 1. Ветровой режим. | Рисунок 2. Баротропная компонента. |

Рисунок 3 – бароклинная компонента на поверхности рассматриваемого бассейна. Она отображает отклонение от баротропной компоненты в каждом узле расчетной сетки на поверхности водоема. Наконец, рисунок 4 демонстрирует направление и величину вертикальной компоненты в середине бассейна: красный цвет – вертикальная компонента направлена вверх, синий цвет – вниз.

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок 3. Бароклинная компонента. | Рисунок 4. Вертикальная компонента. |

**Литература:**

1. Марчук Г.И., Саркисян А.С. Математическое моделирование циркуляции океана. Москва: Наука, 1988. 302 с.
2. Турдушев И.А. Ветровые течения в водоеме: анализ модели, точные решения / Современные техника и технологии в научных исследованиях: Материалы 6-ой международной конференции молодых ученых и студентов. 26-27 марта, 2014 г., г. Бишкек. / Под ред. Герман К.А., Мухамадеева В.А. С. 139-144.
3. Кочергин В.П. Теория и методы расчета океанических течений. Москва: Наука, 1978. 128 с.
4. Скляр С.Н. О дискретизации задач с пограничным слоем при помощи одного проекционного варианта метода интегральных тождеств. I. Несамосопряженное уравнение, первая краевая задача // Изв. АН Киргизской ССР. Физ.-техн. и матем. науки. 1988. № 4. С. 10-23; II. Несамосопряженное уравнение, третья краевая задача // Там же, 1989. № I. С. 3-10. III. Самосопряженное уравнение // Там же, 1989. № 4. С. 3-11.
5. Турдушев И.А. Построение разностной схемы для расчета интегральных составляющих движения в трехмерной модели ветровых течений в водоеме // Вестник КРСУ. Бишкек, 2015. Том 15. №5. С. 91-95.
6. Скляр С.Н., Турдушев И.А. Построение разностной схемы для расчета горизонтальных компонент движения в трехмерной модели ветровых течений в водоеме // Вестник КРСУ. Бишкек, 2017 (в печати).
7. Скляр С.Н., Турдушев И.А. Построение разностной схемы для расчета вертикальной компоненты вектора скорости движения в трехмерной модели ветровых течений в водоеме // Вестник КРСУ. Бишкек, 2017 (в печати).

***0 555 63 91 44 - Турдушев И.А.; 0 772 44 44 15 - Скляр С.Н.***